

Vectoranalyse

Hertentamen 26-04-2007

Zet op elk vel je naam en student nummer. De nummers tussen de haakjes geven het aantal punten aan voor die opgave.

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\#}{4}$$

I) a) (4) Laat F een (twee keer continu) differentieerbaar vector veld zijn op \mathbb{R}^3 . Bewijs

$$\operatorname{div} \operatorname{curl} F = 0.$$

b) (5) Laat $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ een differentieerbare functie zijn met $D \subset \mathbb{R}^2$. Bepaal een formule voor de oppervlakte (area) van de grafiek van f .

II) Laat $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven zijn door

$$f(x, y) = 3x^2 + y^2 + 6x + 2y + 7,$$

$$g(x, y) = x^2 - y^2 + 2x - 4y - 5.$$

a) (5) Bepaal alle kandidaten voor extremen van f onder de conditie $g = 0$.

b) (5) Gebruik de Hessianen van f en g om het type van deze kandidaten te bepalen.

III) (8) Laat $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven zijn door

$$f(x, y, z) = x^3 y^4 - z^5.$$

Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan $f = 0$ in het punt $(1, 1, 1)$.

IV) (9) Gegeven is het vectorveld F op \mathbb{R}^3 en een domein $W \subset \mathbb{R}^3$. Neem aan dat het vector veld in elke punt van de rand S van W raakt aan S . Bewijs

$$\int \int \int_W \operatorname{div} F dW = 0.$$